Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

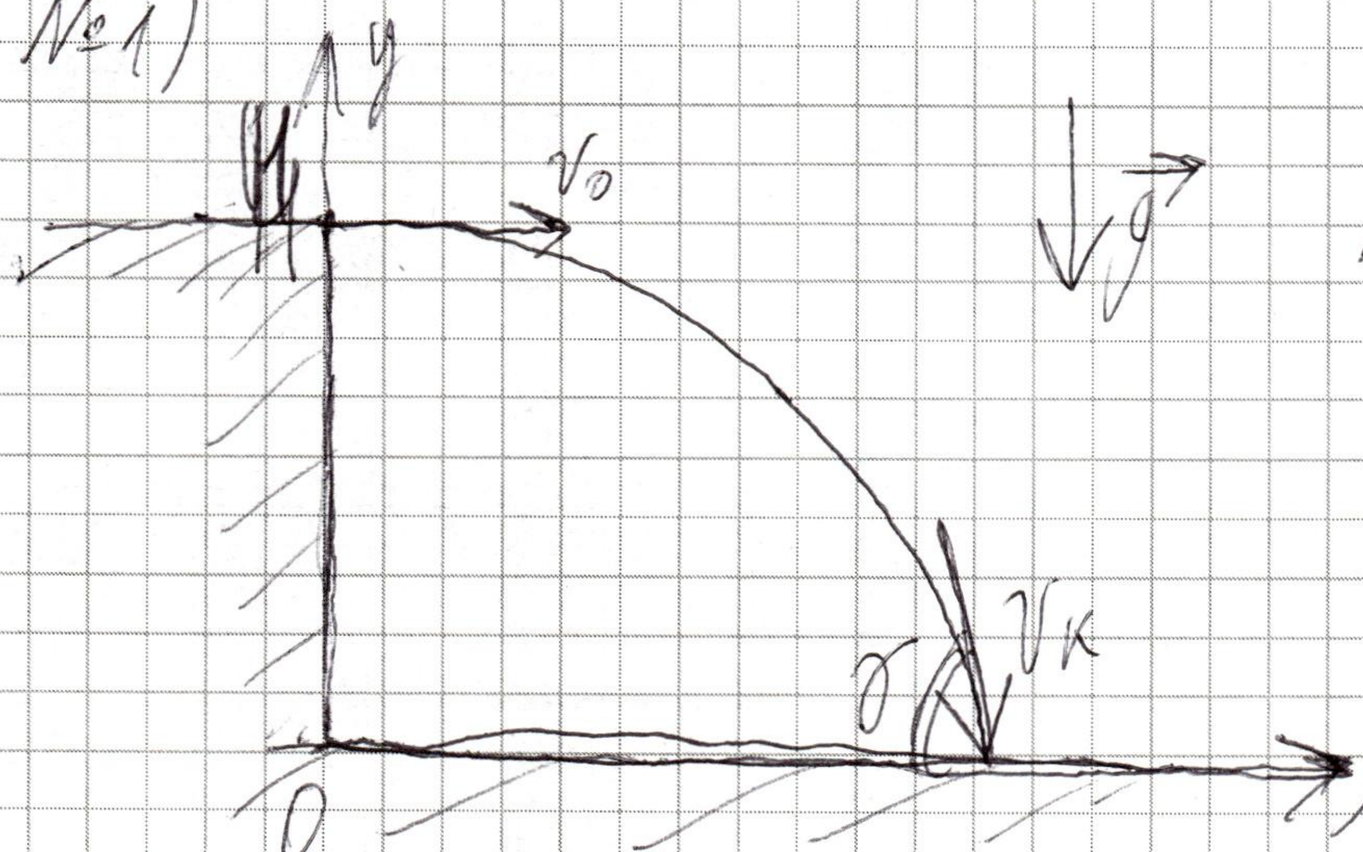
Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 2

№1)



В случайной момент времени:

$a_\tau = g\cos(90-\alpha) =$

$= g\sin\alpha.$

$v_x = \text{const} \Rightarrow v_0 = v_1\cos\alpha$, где v_1 - скорость в некоторый момент времени.

$$a_{\tau ср} = \frac{\int a_\tau dt}{t_{полета}}$$

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} =$$

$$= \sqrt{v_0^2 + g^2t^2} \Rightarrow v_0 = v_1\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{v_0}{v_1} =$$

$$= \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{g^2t^2}{v_0^2}}} \Rightarrow \sin\alpha =$$

З-н движения:

$$\begin{cases} Ox: X = v_0t \\ Oy: Y = H - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$Y = 0$ в момент падения $\Rightarrow 0 = Y = H - \frac{gt^2}{2}$

$$\frac{gt^2}{2} = H$$

$$= \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \left| t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \right|$$

$$= \sqrt{1-\frac{1}{1+\frac{g^2t^2}{v_0^2}}} = \sqrt{\frac{1+\frac{g^2t^2}{v_0^2}}{1+\frac{g^2t^2}{v_0^2}} - \frac{1}{1+\frac{g^2t^2}{v_0^2}}} = \sqrt{\frac{1+\frac{g^2t^2}{v_0^2}-1}{1+\frac{g^2t^2}{v_0^2}}} =$$

$$= \frac{gt}{v_0}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{g^2t^2}{v_0^2}}} \overset{v_0=10\frac{м}{с}=g=10\frac{м}{с^2}}{=\!=} t\sqrt{\frac{1}{1+t^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int t\sqrt{\frac{1}{1+t^2}}\,dt =$$

$$d(1+t^2) = 2t\,dt \Rightarrow dt = \frac{d(1+t^2)}{2t} \Rightarrow \int t\sqrt{\frac{1}{1+t^2}}\,dt =$$

$$\int t\sqrt{\frac{1}{1+t^2}}\,dt = \int \cancel{t}\sqrt{\frac{1}{1+t^2}}\,\frac{d(1+t^2)}{2\cancel{t}} = \frac{1}{2}\int (1+t^2)^{-\frac{1}{2}}\,d(1+t^2) =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\frac{1}{2}}(1+t^2)^{\frac{1}{2}}\Big|_0^t\right] = \left[(1+t^2)^{\frac{1}{2}}\Big|_0^t\right] =$$

$$= \left[(1+t^2)^{\frac{1}{2}} - 1^{\frac{1}{2}}\right] = \left[(1+t^2)^{\frac{1}{2}} - 1\right] \quad ; t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[(1+\frac{2H}{g})^{\frac{1}{2}} - 1\right] \Rightarrow a_{тр} = \frac{g\left[(1+\frac{2H}{g})^{\frac{1}{2}} - 1\right]g}{\sqrt{\frac{2H}{g}}}t.$$

3(7.

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgH = \frac{mv_K^2}{2} \Rightarrow v_K = \sqrt{v_0^2+2gH} \Rightarrow \cos\gamma = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{2gH}{v_0^2}}} \Rightarrow \sin\gamma = \sqrt{1-\cos^2\gamma} =$$

$$= \sqrt{\frac{1+\frac{2gH}{v_0^2}-1}{1+\frac{2gH}{v_0^2}}} = \sqrt{2gH}/v_0\sqrt{\frac{1}{1+\frac{2gH}{v_0^2}}} \quad \frac{v_0 = 10\frac{м}{с} = 10\frac{м}{с^2} = g}{}$$

$= \sqrt{20H}/10 \sqrt{\frac{1}{1+\frac{H}{5}}} \Rightarrow a_{t\,min} = \frac{\sqrt{20H}}{10}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{H}{5}}} \cdot g =$

$= \sqrt{20H} \cdot \sqrt{\frac{1}{1+\frac{H}{5}}}$

$a_{t\,min} = \frac{\left(\left(1+\frac{2H}{10}\right)^{\frac{1}{2}}-1\right)}{\sqrt{\frac{2H}{10}}}10$; $a_{T\,min} = \frac{a_{T\,last}}{1{,}5}$

$\frac{\left(\left(1+\frac{2H}{10}\right)^{\frac{1}{2}}-1\right)}{\sqrt{\frac{2H}{10}}} \cdot 10 = \frac{\sqrt{20H}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{H}{5}}}}{1{,}5}$.

$15\left(1+\frac{2H}{10}\right)^{1/2} - 15 = 2H\sqrt{\frac{1}{1+\frac{H}{5}}}$

$15\sqrt{1+\frac{2H}{10}} - 15 = 2H\sqrt{\frac{1}{1+\frac{H}{5}}}$

$15\sqrt{1+\frac{H}{5}} - 15 = 2H\sqrt{\frac{1}{1+\frac{H}{5}}}$

$15 + 3H - 15\sqrt{1+\frac{H}{5}} = 2H.$

$H = 15\sqrt{1+\frac{H}{5}} - 15$

$H + 15 = 15\sqrt{1+\frac{H}{5}}$

$H^2 + 30H + 225 = 225 + 45H.$

$H^2 - 15H = 0$

$H(H-15) = 0.$

$$H(H-15)=0$$

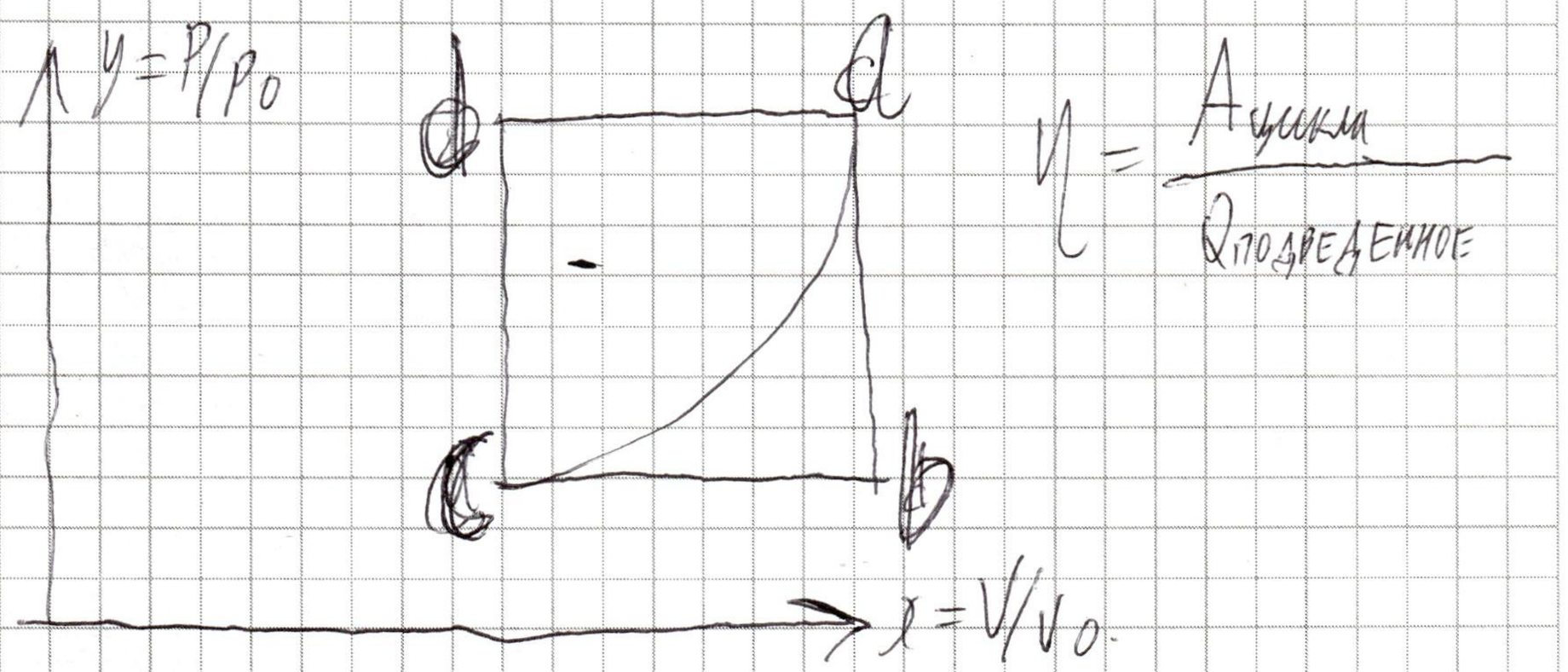
$H=0$ или $H-15=0$

$H=15$

$H=15$ (см).

Ответ: $H=15$ (см).

№5)



$\eta = \frac{A_{цикла}}{Q_{подведенное}}$

$\eta_{a-b-c-d-a} = \frac{A_{a-b-c-d-a}}{Q_{ab} + Q_{bc}}$;

$A_{a-b-c-d-a}$ численно равна площади квадрата abcd $\Rightarrow$

$\Rightarrow A_{a-b-c-d-a} = 1 \cdot 1 = 1\ P_0V_0$.

1) $\eta_{a-c-d-a} = \frac{A_{a-c-d-a}}{Q_{ac} + Q_{cd}}$ (*),

$A_{a-c-d-a}$ численно равна площади половины круга

круга окружности (гипотенузой), т. е $A_{a-c-d-a} = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 1}{4} = \frac{\pi}{4} P_0V_0$

$\frac{\eta_{a-b-c-d}}{\eta_{a-c-d}} \Rightarrow \frac{\eta_{a-b-c-d}}{\eta_{a-c-d}} = \frac{A_{a-b-c-d}}{A_{a-c-d-a}} \cdot \frac{Q_{ac} + Q_{cd}}{Q_{ab} + Q_{bc}} =$



$A_{a-c-d-a} = A_{a-c-d-a} = \frac{\Pi}{4} P_0 V_0 = \frac{\Pi}{4} P_0 V_0$

$A_{a-b-c-d} = \frac{\Pi}{4} P_0 V_0 = \frac{\Pi}{4} - \frac{\Pi}{4}$

$\Rightarrow \eta_{abc} \Rightarrow \eta_{a-b-c-a} = \frac{\Pi}{4}$

$\eta_{a-b-c-d-a} = \frac{\Pi}{4}$.

$Q_{abcd} = \oint Q_{abcd} = \oint A + \cancel{\oint dU}^{0} = \Pi P_0 V_0$

$\oint Q_{abcd} = Q_{\underset{cd}{ab}} + Q_{\underset{da}{bc}} + Q_{\underset{ab}{cd}} + Q_{\underset{bc}{da}} \Rightarrow Q_{\underset{ab}{cd}} + Q_{\underset{bc}{da}} = P_0 V_0 - (Q_{\underset{cd}{ab}} + Q_{\underset{da}{bc}})$.

$\eta = \frac{Q_{abc} A_{a-b-c-a}}{Q_{ac}}$

$\eta_{a-b-c-a}$.

$A_{a-c-d-a} = 1 \cdot P_0 V_0 - \frac{\Pi}{4} P_0 V_0 = \frac{4-\Pi}{4} P_0 V_0$.

$\oint Q_{abc} = \oint A + \cancel{\oint dU}^{0} = \frac{4-\Pi}{4} P_0 V_0 = Q_{\underset{ca}{bc}} + Q_{\underset{ab}{ca}} + Q_{\underset{bc}{ab}} \Rightarrow$

$\Rightarrow Q_{\underset{ca}{bc}} = \frac{4-\Pi}{4} P_0 V_0 - (Q_{\underset{ab}{ca}} + Q_{\underset{bc}{ab}}) = \frac{4-\Pi}{4} P_0 V_0 - (P_0 V_0 - (Q_{\underset{cd}{ab}} + Q_{\underset{da}{bc}})) =$

$= \frac{4-\Pi}{4} P_0 V_0 - \frac{4 P_0 V_0}{4} P_0 V_0 + (Q_{\underset{cd}{ab}} + Q_{\underset{da}{bc}}) = -\frac{\Pi}{4} P_0 V_0 + (Q_{\underset{cd}{ab}} + Q_{\underset{da}{bc}})$.

$Q_{ab} + Q_{bc} = \frac{\Pi}{4} P_0 V_0$ из (*) на изотермическом участке

$\Rightarrow \frac{4-\Pi}{4} P_0 V_0 = \frac{4-\Pi}{\Pi P_0 V_0 + \frac{\Pi}{4} P_0 V_0} = \frac{4-\Pi}{-\Pi + \frac{\Pi}{4}} =$

$= \frac{(4-\Pi)\eta}{\Pi - \Pi\eta}$

2)

$\eta_{dbcd} = \frac{A_{abcd}}{Q_{ab}+Q_{bc}} = Const$

$Q_{ab} = A^{0} + dU = \frac{3}{2}\frac{i}{2}\partial R(T_b - T_a)$, т.к. 2 ур. одноатомный, то $i=3$ и $Q_{ab} = \frac{3}{2}\partial R(T_b - T_a)$.

Зак. Э-к Менделеева-Клапейрона:

$\begin{cases} P_a V_a = \partial R T_a \\ P_b V_b = \partial R T_b \end{cases} \Rightarrow T_b - T_a = \frac{P_b V_a}{\partial R} - \frac{P_a V_a}{\partial R}$

$V_b = V_a$

$P_b = P_a + P_0$ (т.к. $q_b = 1$) $\Rightarrow T_b - T_a =$

$\eta_{abcd} = \frac{\frac{\eta-\pi}{\eta} P_0 V_0}{-\frac{\pi}{\eta} P_0 V_0 + (Q_{cd} + Q_{da})} = \eta \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(-\frac{\pi}{\eta} P_0 V_0 + (Q_{cd} + Q_{da})\right) \cdot \eta = \frac{\eta-\pi}{\eta} P_0 V_0$

$Q_{cd} + Q_{da} = \left(\frac{\eta-\pi}{\eta\eta} P_0 V_0 + \frac{\pi}{\eta}\right) P_0 V_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \eta_{a-c-d-a} = \frac{\frac{\pi}{\eta} P_0 V_0}{Q_{cd} + Q_{da}} = \frac{\frac{\pi}{\eta} P_0 V_0}{\left(\frac{\eta-\pi}{\eta\eta} + \frac{\pi}{\eta}\right) P_0 V_0} = \frac{1}{\frac{\eta-\pi}{\eta\pi} + 1} =$

$$\eta = \frac{1}{\frac{\eta - \pi}{\eta\pi} + \frac{\eta\pi}{1}} = \frac{\eta\pi}{\eta - \pi(1-\eta)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta_{a-b-c-d-a} = \frac{\eta\pi}{\eta - \pi(1-\eta)} \cdot \frac{\eta}{\pi} = \frac{\eta\eta}{\eta - \pi(1-\eta)}$$

Ответ к пункту 1) $\eta_{a-c-d-a} = \frac{\eta\pi}{\eta - \pi(1-\eta)}$

$$\eta_{a-b-c-d-a} = \frac{\eta\eta}{\eta - \pi(1-\eta)}.$$

2) $\eta_{a-b-c-a} = \frac{A_{abca}}{Q_{ca}} = const$

$Q_{ca} = A + dU$; $A = A_{abca} + P_c(V_0 - V_c)$

$dU = \frac{3}{2}\nu R(T_a - T_c)$, $dU = \frac{i}{2}\nu R(T_a - T_c)$, где i – число степеней свободы

$\Rightarrow i = 3 \Rightarrow$

З-н Менделеева-Клапейрона $\Rightarrow dU = \frac{3}{2}\nu R(T_a - T_c)$

$$\begin{cases} P_c V_c = \nu R T_c \\ P_a V_a = \nu R T_a \end{cases} \Rightarrow T_a - T_c = \frac{P_a V_a}{\nu R} - \frac{P_c V_c}{\nu R} \Rightarrow$$

$\Rightarrow dU = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{P_a V_a}{\nu R} - \frac{P_c V_c}{\nu R}\right)$ Для одного моля газа $R = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow P_a = P_c + P_0$; $V_a = V_c + V_0 \Rightarrow dU = \frac{3}{2}\left((P_c + P_0)(V_c + V_0) - P_c V_c\right) =$

olymp.bmstu.ru

$= \frac{3}{2}(\cancel{P_C V_C} + P_0 V_C + P_C V_0 + P_0 V_0 - \cancel{P_C V_C}) \Rightarrow Q_{ca} =$

$= A_{abca} + P_C \cdot V_0 + \frac{3}{2}(P_0 V_C + P_C V_0 + P_0 V_0) =$

$= A_{abca} + \frac{5}{2} P_C V_0 + \frac{3}{2} P_0 V_C + \frac{3}{2} P_0 V_0.$

$\eta_{a-b-c-d} \to max \Rightarrow Q_{ca} \to min \Rightarrow$

$\Rightarrow$ наиболее оптимальным будет значение $P_C = 0$ и $V_C = 0$, когда две адиабаты сходятся при Q_{ca} обращается в 0 $\Rightarrow$

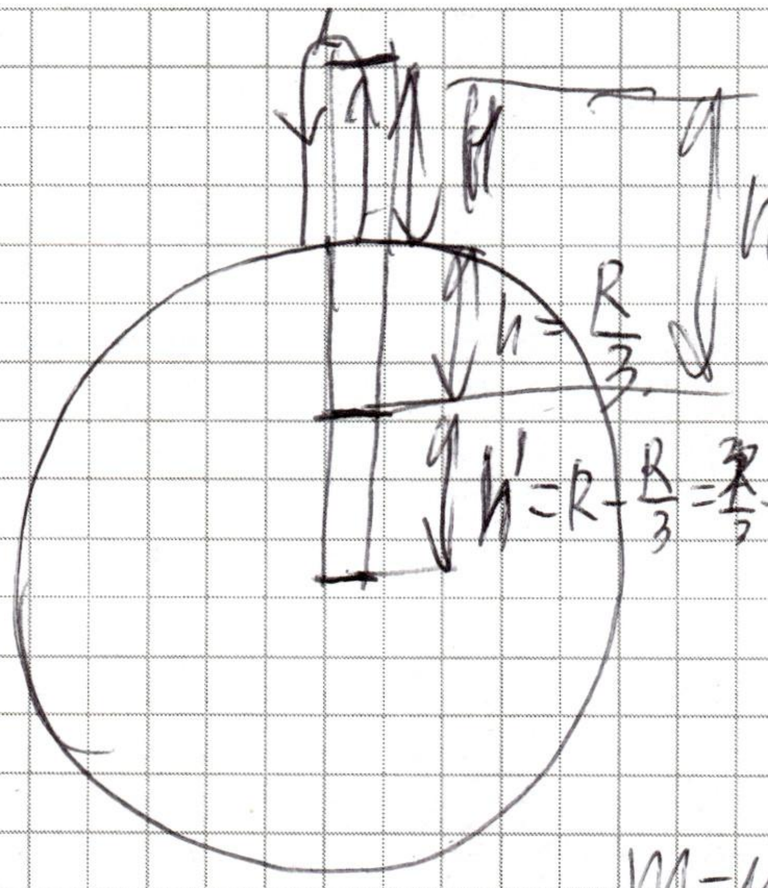
$\Rightarrow Q_{ca} = A_{abca} + 0 + 0 + \frac{3}{2} P_0 V_0 = A_{abca} + \frac{3}{2} P_0 V_0$

$A_{abcd} = \frac{4-n}{4} P_0 V_0 \Rightarrow Q_{ca} = \frac{4-n}{4} P_0 V_0 + \frac{3}{2} P_0 V_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \eta_{abca} = \frac{A_{abca}}{Q_{ca}} = \frac{\frac{4-n}{4} P_0 V_0}{\frac{4-n}{4} P_0 V_0 + \frac{3}{2} P_0 V_0} = \frac{4-n}{4-n+6} = \frac{4-n}{10-n}$

Ответ к пункту 2) $\eta_{abca} = \frac{4-n}{10-n}$.

№ 3)



Найдем первую космическую скорость:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{GmM}{R}, \text{ где}$$

m - масса ракеты, M - масса астероида,

R - радиус астероида, G - постоянная, v_0 - искомая скорость.

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Найдем работу сил притяжения до момента работы двигателя ракеты: $\frac{R}{\frac{2R}{3}}$

$$A_{F_{\text{притяжения}}} = \int \frac{GmM}{r^2} dr = GmM \int \frac{1}{r^2} dr =$$

$$= GmM \cdot \left[-\frac{1}{r}\right]_{\frac{2R}{3}}^{R} = GmM\left[-\frac{1}{R} - \left(-\frac{1}{\frac{2R}{3}}\right)\right] = GmM\left[-\frac{3}{2R} - \frac{2}{2R}\right] =$$

$$= GmM/2R.$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH' + A_{F\text{притяжен}}$$

Найдем работу сил поля тяготения до момента достижения ракеты высоты $h = \infty$.

$$\Rightarrow A_{\text{Fпритяжения общ}} = \int_{\frac{2R}{3}}^{R+H} \frac{GmM}{r^2}\,dr = GmM\left[-\frac{1}{r}\right|_{\frac{2R}{3}}^{R+H}\Bigg] =$$

$$= -GmM\left[-\frac{1}{R+H} - \left(-\frac{1}{\frac{2R}{3}}\right)\right] = GmM\left[\frac{3}{2R} - \frac{1}{R+H}\right],\ \text{где } H - \text{искомая высота}$$

По закону сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = A_{\text{Fпритяжения общ}} + mg(R+H)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = GmM\left[\frac{3}{2R} - \frac{1}{R+H}\right] + mg(R+H)$$

$$\frac{GM}{R} = \frac{GM\cdot 3}{2R} - \frac{GM}{2R(R+H)} + g(R+H)$$

$$2GM(R+H) = GM\cdot 3(R+H) - 2GMR + 2gR(R+H)^2$$

Заменим: $R+H=t \Rightarrow$ $2GMt = GM\cdot 3\cdot t - 2GMR + 2gRt^2$.

Найдем g:

$$mg = \frac{GmM}{R^2} \Rightarrow 2GMt = GM\cdot 3\cdot t - 2G\cdot MR + \frac{2GM}{R}t^2$$

$$\frac{2}{R}t^2 + t - 17 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot \left(-17 \cdot \frac{2}{R}\right) =$$

$$= 1 + \frac{136}{R} \quad | \quad t_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{136}{R}}}{2 \cdot \frac{2}{R}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{136}{R}} - 1}{\frac{4}{R}} =$$

$$= \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{136}{R}} - 1\right) \cdot R}{4}$$

$$t_2 = \frac{-1 - \sqrt{1 + \frac{136}{R}}}{2 \cdot \frac{2}{R}} < 0 \Rightarrow \text{не подходит.}$$

R + H — общая длина. $R + H = t$

$$R + H = \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{136}{R}} - 1\right) R}{4}$$

$$H = \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{136}{R}} - 1\right) R - 4R}{4} = \frac{\left(\sqrt{17 + \frac{136}{R}} - 5\right) R}{4} = -101{,}3 \text{ км}$$

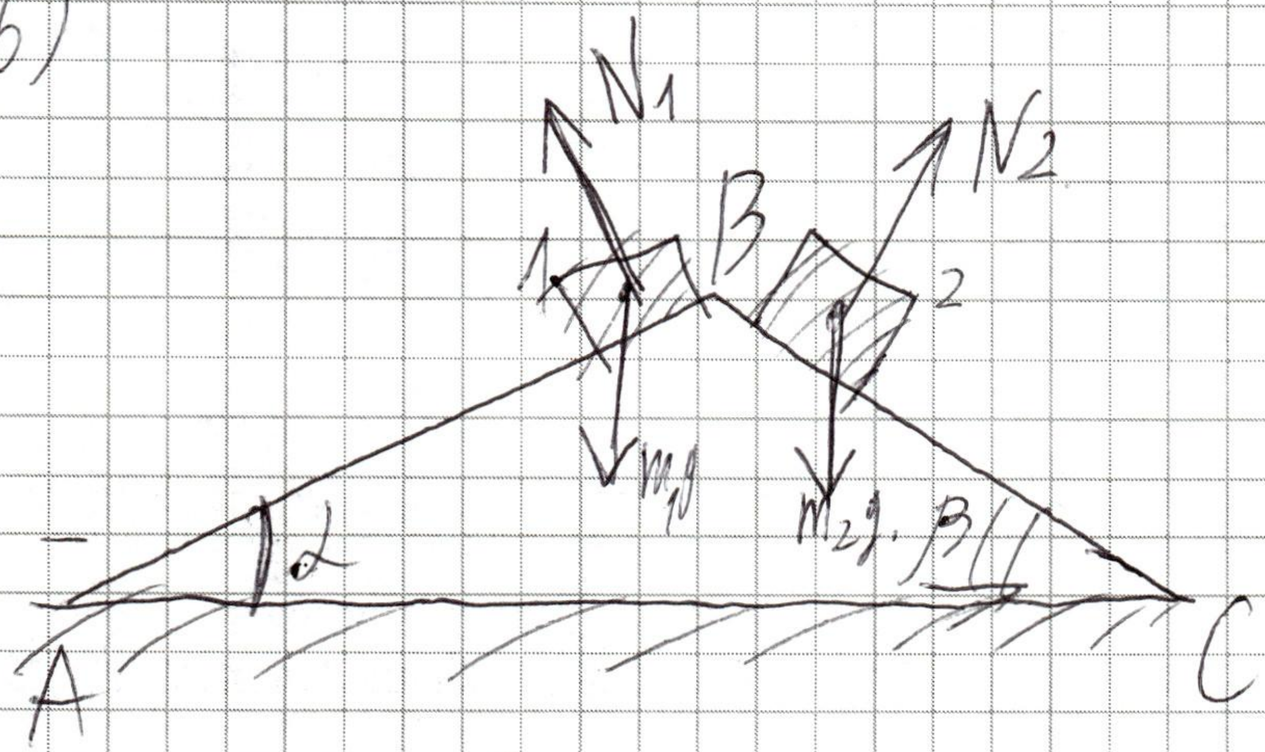
Ответ: $H = \frac{\left(\sqrt{17} - 5\right) R}{4} = -101{,}3$ км

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

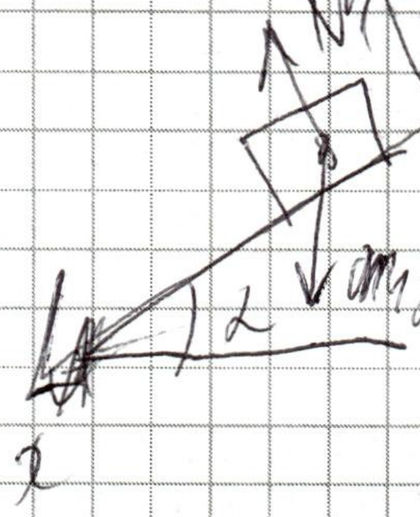
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

№6)



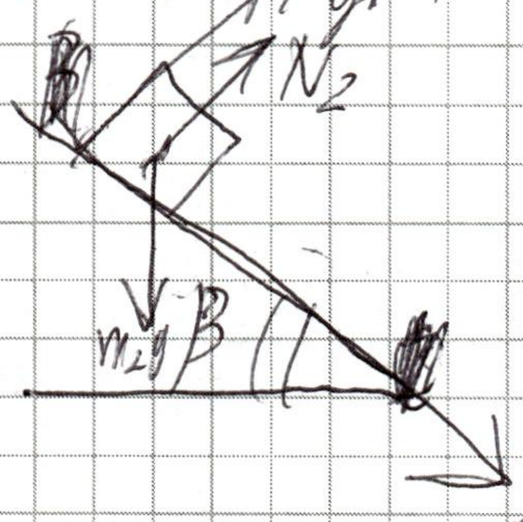
Для первого (1) бруска:



II з-н Ньютона:

$$\begin{cases} Ox: ma_1 = m_1 g \sin\alpha \\ Oy: N_1 = m_1 g \cos\alpha \end{cases}$$

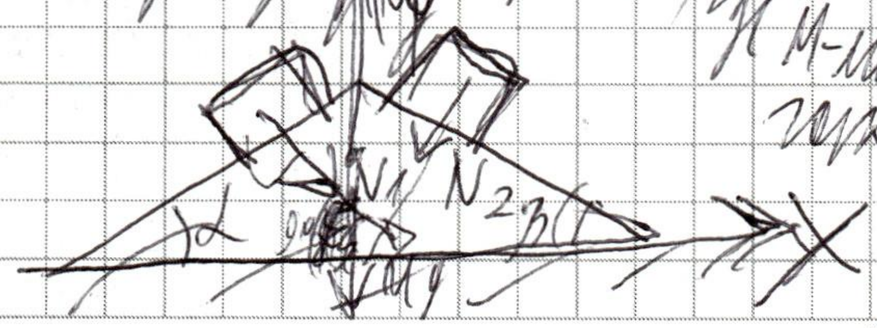
Для второго (2) бруска:



II з-н Ньютона:

$$\begin{cases} Ox: ma_2 = m_2 g \sin\beta \\ Oy: N_2 = m_2 g \cos\beta \end{cases}$$

Для полуцилиндрической горки:



M – масса горки.

II з-н Ньютона:

$$\begin{cases} Ox: Ma = N_1 \sin\alpha - N_2 \sin\beta \\ Oy: N = Mg + N_1 \cos\alpha + N_2 \cos\beta \end{cases}$$

$$M_A = N_1 \sin\alpha - N_2 \sin\beta.$$

M_A – const по условию $\Rightarrow$ $\Delta M_A = 0 \Rightarrow M_A = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $0 = N_1 \sin\alpha - N_2 \sin\beta = m_1 g \cos\alpha \sin\alpha - N_2 m_2 g \cos\beta / \sin\beta.$

$0 = 0$

$m_1 g \cos\alpha \sin\alpha = m_2 g \cos\beta \sin\beta.$

$$\frac{m_1 \sin 2\alpha}{2} = \frac{m_2 \sin 2\beta}{2}$$

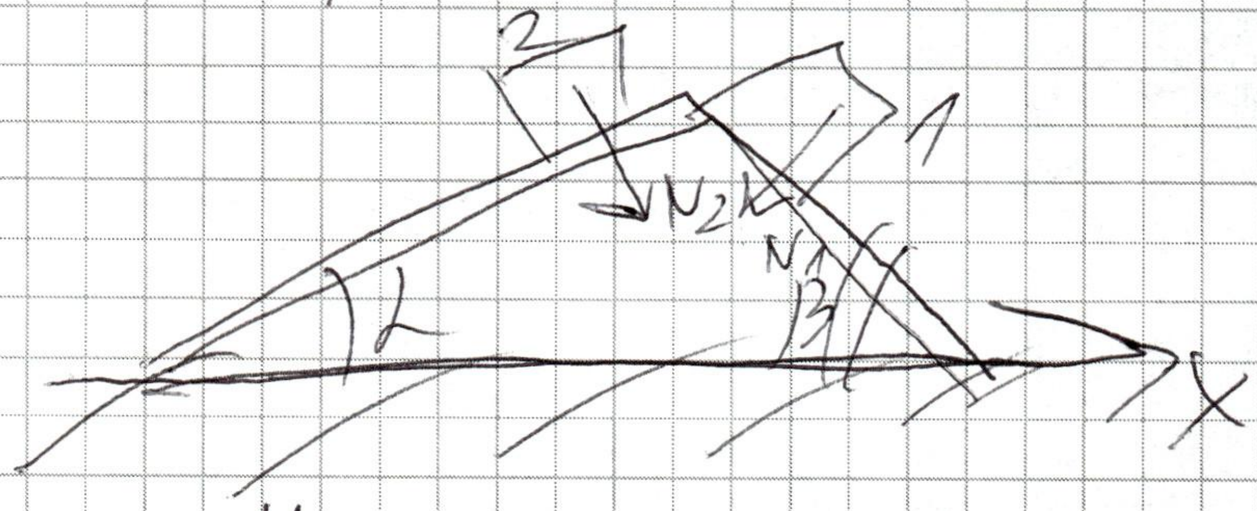
$$m_2 = m_1 \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta}$$

$$m_2 = \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} m_1 = \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} m =$$

$$= \frac{\sin 2\cdot 45}{\sin 2\cdot 60} m = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} m = \frac{2}{\sqrt{3}} m.$$

Ответ к пункту 1) $m_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} m.$

2) Докажем, что они покоятся вместе:



$$M_A = N_2 \sin\alpha - N_1 \sin\beta = m_2 g \cos\beta \sin\alpha -$$

$$- m_1 g \cos\alpha \sin\beta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} m - mg \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx -0{,}2041 mg$$

olymp.bmstu.ru

$\Rightarrow$ $M_A \approx -0{,}2041$ mg

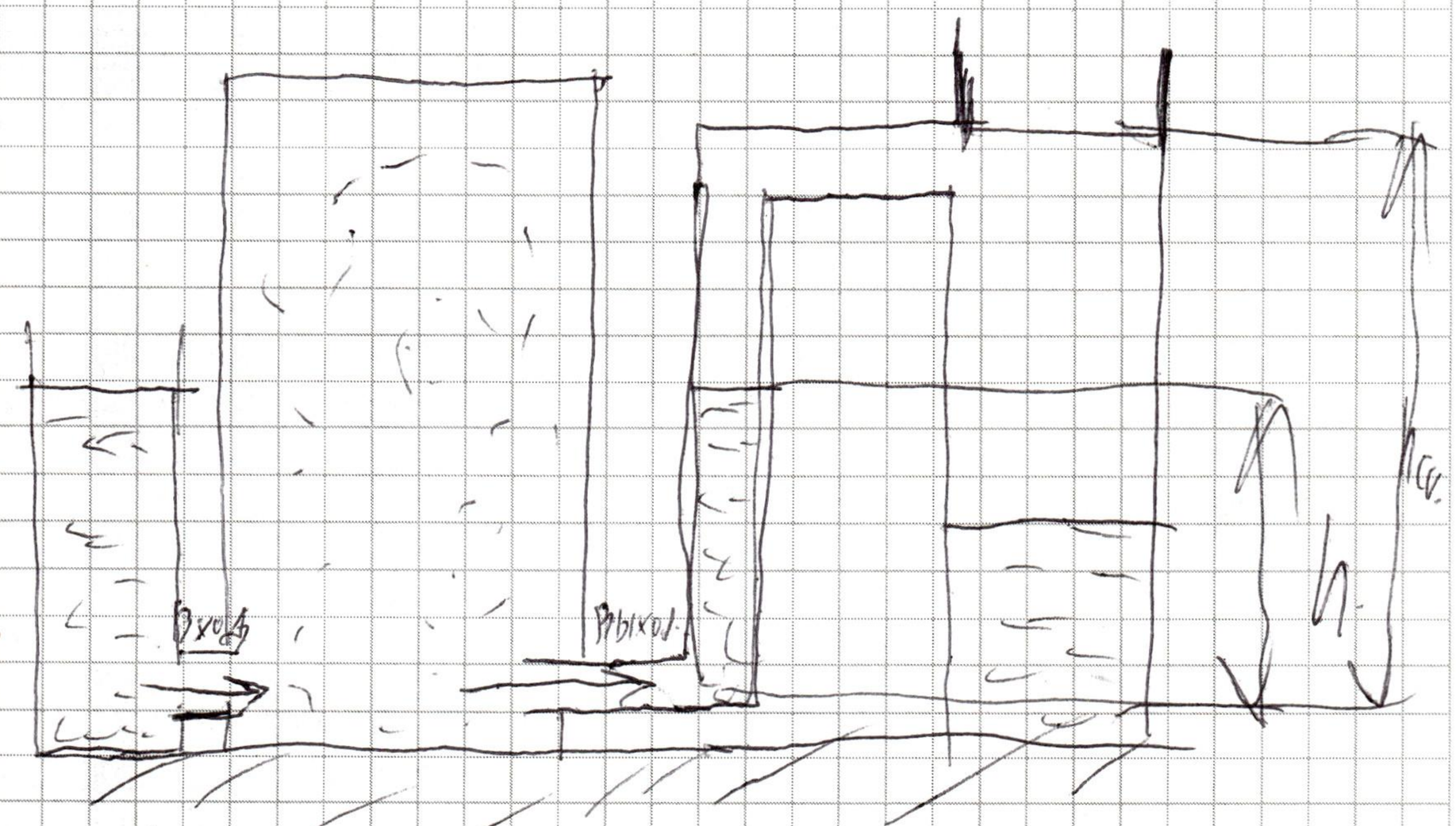
$\frac{5}{4}$ $a \approx -0{,}2041$ m/s^2 ·

$a \approx -0{,}1633 g \approx -1{,}6 \frac{м}{с^2} \Rightarrow$ против оси ОХ,

т камбо.

Ответ к пункту 2) $a \approx -1{,}6 \frac{м}{с^2}$, против оси ОХ, камбо.

№ 7)



Давление в сосуде $P_{сосуда}$ увеличивается через 2-й Менделеева — Клапейрона.

$P_{сосуда} \cdot V = \nu R \cdot T \quad \nu$

Пусть изначально установилось равновесие при температуре $T_1 = 35°C = 308\,K$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $P_{сосуда\,нач} \cdot V = \nu R \cdot T_1 \Rightarrow \frac{V}{\nu R} = \frac{T_1}{P_{сосуд.нач}}$

$P_{сосуда.нач} = P_{A_1} = 10^5\,Па \Rightarrow \frac{V}{\nu R} = 3{,}08 \cdot 10^{-3}$

Атмосферное давление не меняется, а давление внутри сосуда меняется $\Rightarrow$ $P_{сосуда.кон} =$

$P_{сосуда.кон} \cdot V = \nu R \cdot T_2$, $T_2 = T_1 + 15 = 323\,K$.

$P_{сосуда.кон} = \frac{\nu R}{V} \cdot T_2 =$ 104870,12 (Па).

Уравнение равновесия

Рсосуд $P_{сосуда.кон} - P_A = \rho g h$, где h – уровень вер в сосуд; $\rho = 1000 \frac{кг}{м^3} \Rightarrow \rho = 10 \frac{г}{см^3}$ $g = 9{,}81 \frac{м}{с^2} \Rightarrow h = 0{,}496\,(м) <$ $h_{сг} = 5\,(м) \Rightarrow P_1 = \rho S \cdot h = 496{,}445\,S \frac{кг}{сутки}$, где S – площадь сечения трубы.

Для прежнего количества з-н Менделеева-Клапейрона:

$P_{сосуд.нач_2} \cdot V = \nu R \cdot T_3$. $T_3 = 20°C = 293\,K$

$\frac{V}{\nu R} = \frac{T_3}{P_{сосуд.нач.2}} = 2{,}93 \cdot 10^{-3}$.

olymp.bmstu.ru

Атмосферное давление на высоте 200 м

A1 $P_{(OCX)A.KOH_2} \cdot V = \nu R \cdot T_4$, $T_4 = T_3 + 15 = 308\ (K)$.

$$P_{(OCY)A.KOH_2} = \frac{\nu R}{V} \cdot T_4 = 105119,4539\ (Па).$$

Условие равновесия

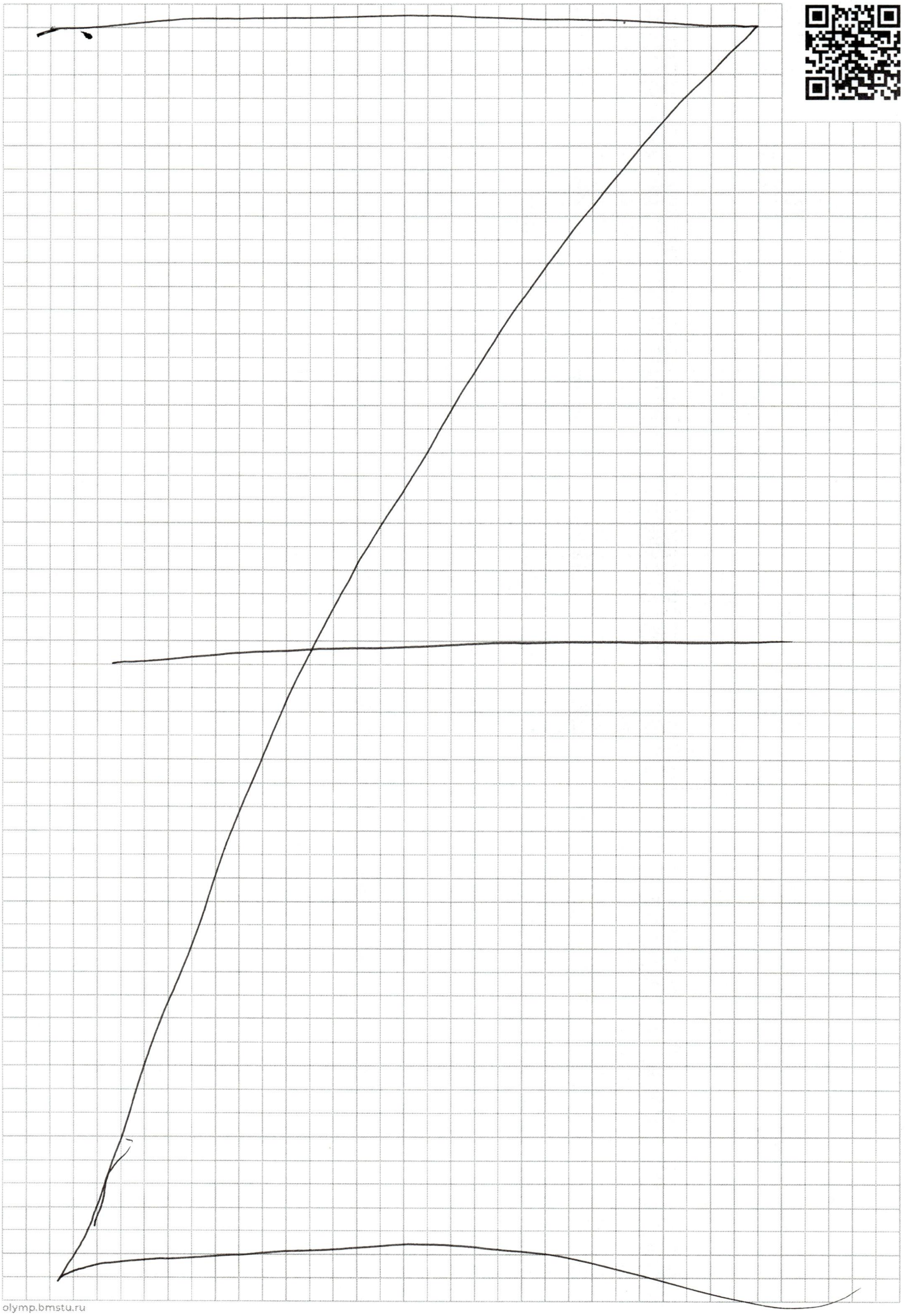
$P_{(OCY)A.KOH_2} - P_A = \rho g h$, где $h = ?$ $h = 0,522\ (м) > h_{кр} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Вылива$\Rightarrow$ Курт вод$\Rightarrow$ $\Rightarrow$ Вода будет выливаться до конца, но т.к вода в сосуде не останется то закрепа

Конструкция работает работает устойчиво, то $P_2 = \rho g h =$

$= 5218,6075\ \frac{Кг}{сутки}$ $\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1,05\ (раз) \Rightarrow$ в 1,05 раз.

Ответ: в 1,05 раз.



№2) Воздух комнаты можно в виде газа, а не обязательно в виде жидкости ⇒ можно записать з-н Менделеева-Клапейрона ⇒

$$\Rightarrow pV = \nu RT$$

$\nu = \frac{m}{\mu}$, $m = 18$ (г), $\mu = \sum Ar = Ar(H) + Ar(H) + Ar(O) = 1 + 1 + 16 = 18 \frac{г}{моль} \Rightarrow \nu = \frac{m}{\mu} = \frac{18}{18} = 1$ (моль) ⇒

$\Rightarrow p_0 V_0 = \nu R T_0$ ~~$\Rightarrow$~~ $pV = \nu R T'$

$10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1 \cdot R T' \Rightarrow$

$\Rightarrow RT' = \Rightarrow RT' = 1000 \frac{Дж}{моль}$

Так процесс изотермический $\Rightarrow T' = const \Rightarrow R = const$

$R = const \Rightarrow RT' = const$

Так как масса газа константа количество равно $\nu_{кон} = \nu = 1$ (моль)

$p_{кон} = 0,9P = 90000$ (Па) ⇒ з-н Менделеева-Клапейрона:

$p_{кон} \cdot V = \nu_{кон} \cdot R \cdot T'$

$9 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = \nu_{кон} \cdot R \cdot T' \Rightarrow$

$\Rightarrow 9 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = \nu_{кон} \cdot 1000 \Rightarrow$

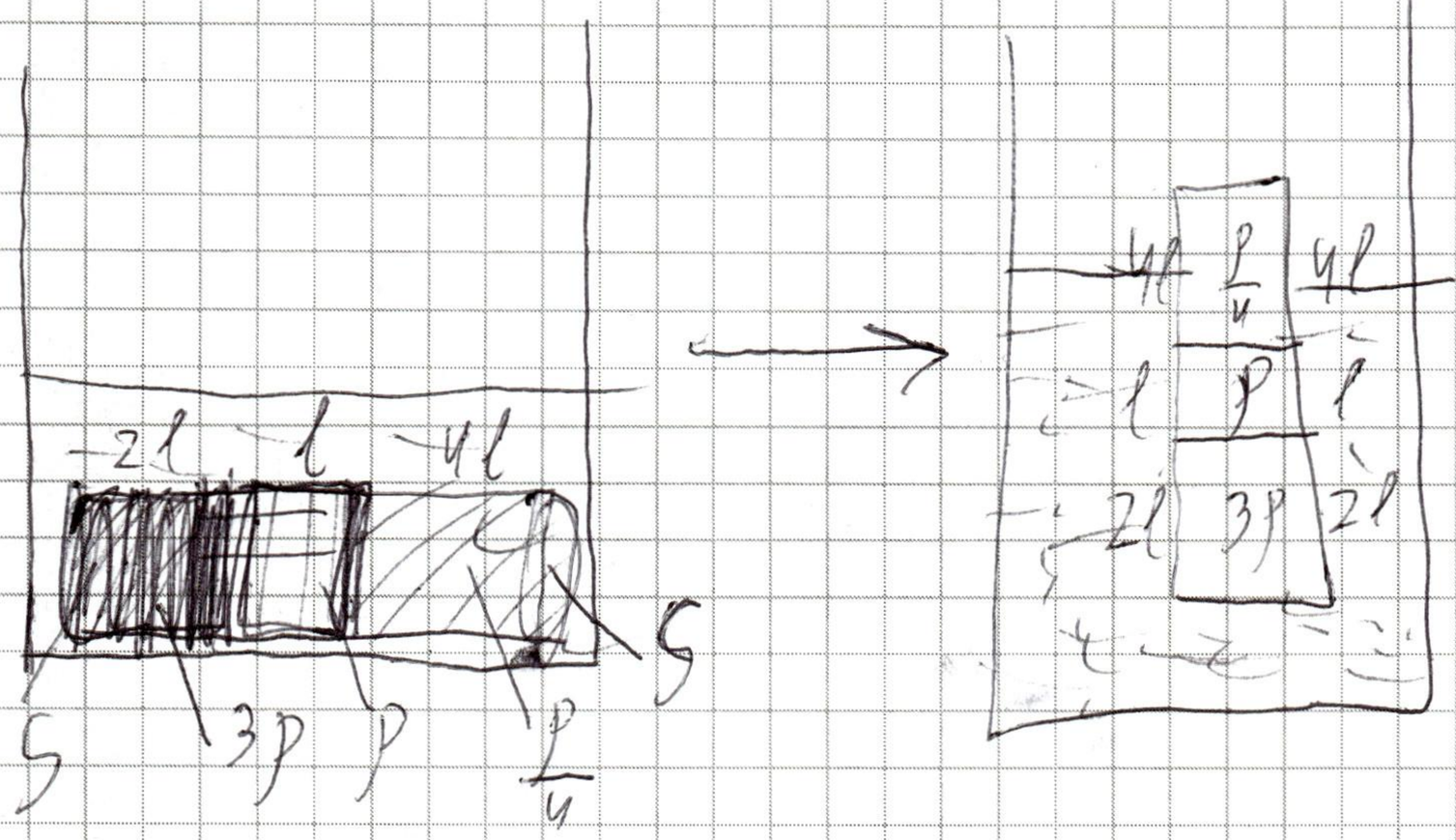
$\Rightarrow \nu_{кон} = 0,9$ моль

$\nu_{кон} = \frac{m_{кон}}{\mu} = \frac{m_{кон}}{18} = 0,9$ (моль) $\Rightarrow m_{кон} = 16,2$ (г) $\Rightarrow$

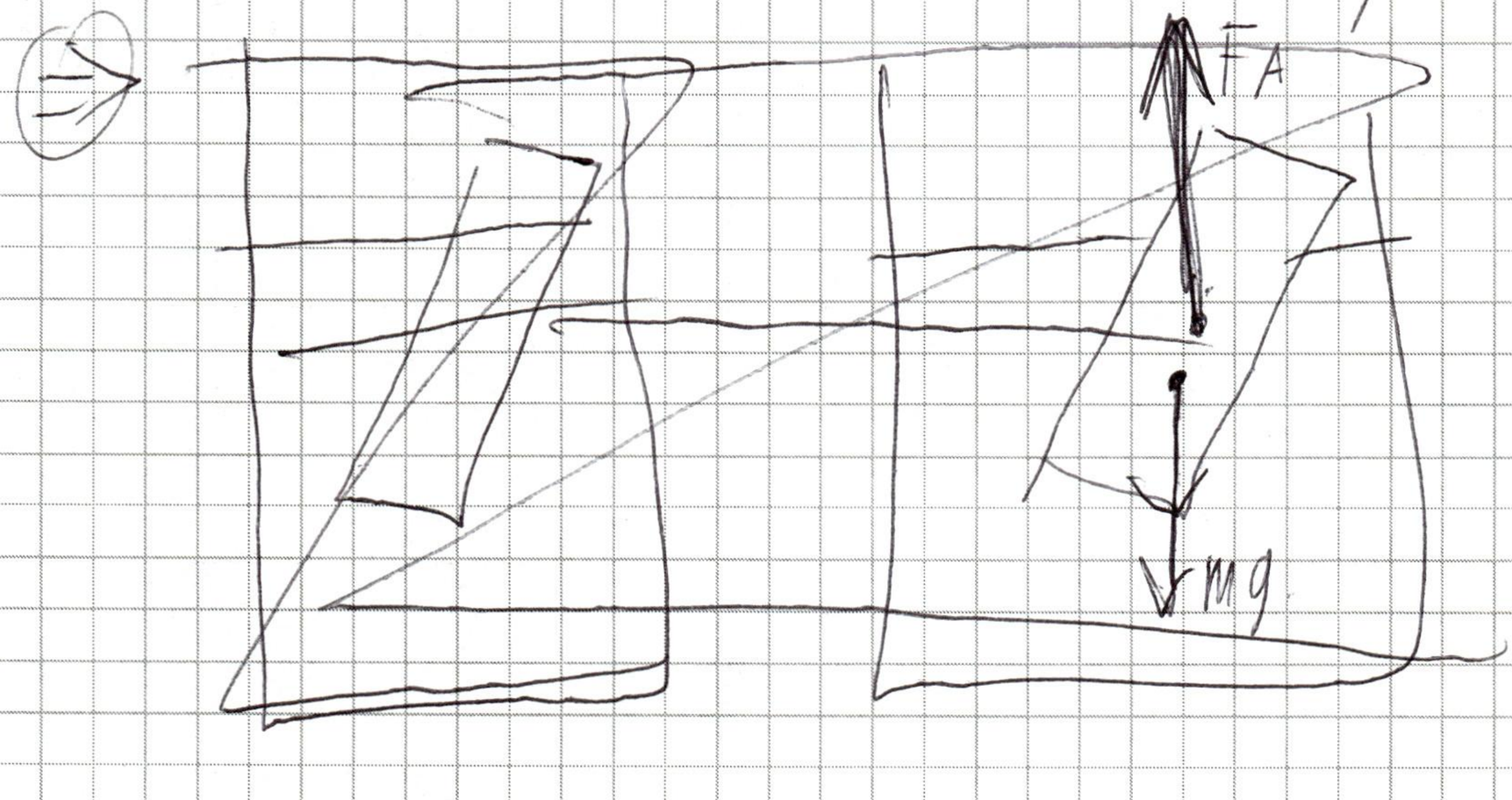
$\Rightarrow \Delta m_{\text{откачали}} = m - m_{кон} = 18 - 16,2 = 1,8$ (г).

Ответ: $\Delta m_{\text{откачали}} = 1,8$ (г)

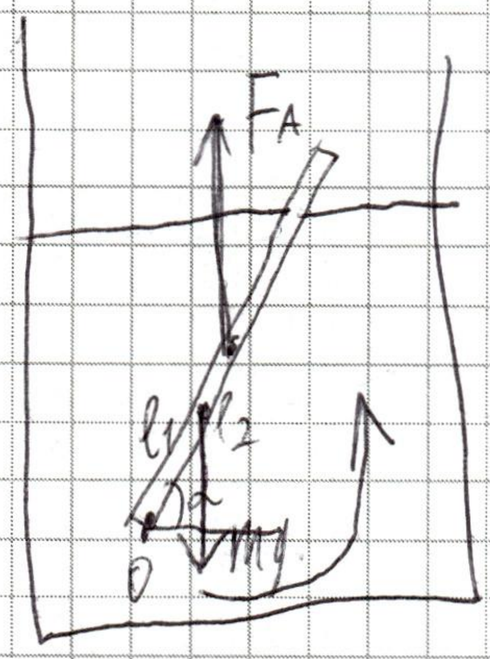
№ 4)



Запишем условие равновесия ⇒



Запишем правило моментов относительно точки O ⇒



$$\Rightarrow M_O: F_A l_2 \cos\alpha - mg l_1 \cos\alpha \geq 0$$

$$F_A \geq \frac{mg l_1}{l_2}$$

Если заготовка плавает, то $F_A = mg$

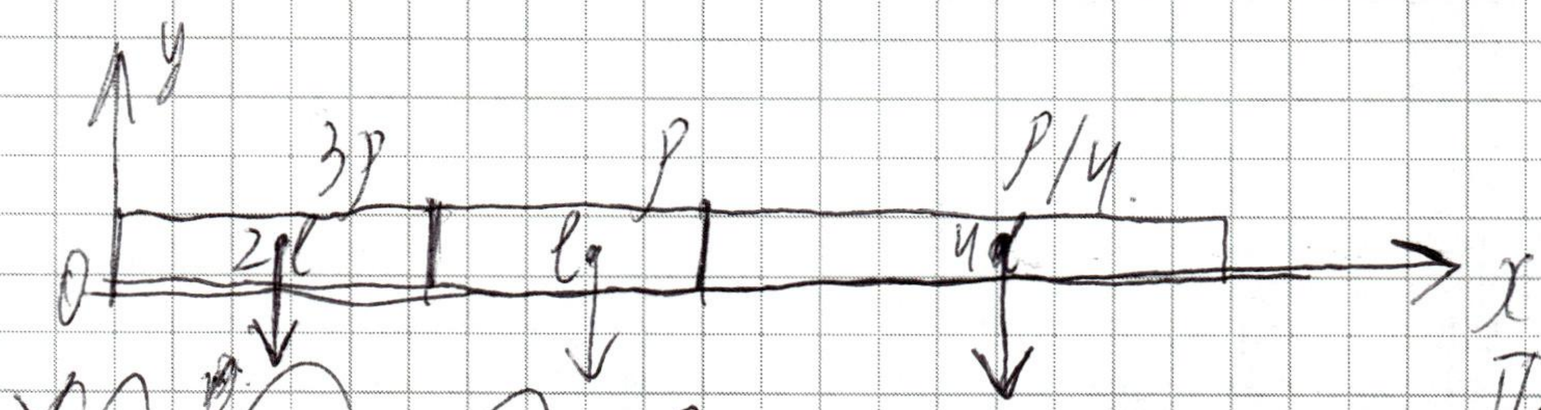
по II з-ну Ньютона $F_A = mg \Rightarrow l_2 - l_1 \geq 0$

$l_2 \geq l_1 \Rightarrow$ точка приложения силы Архимеда

должна быть выше точки приложения силы тяжести.

Сила Архимеда направлена из середины погруженной части.

Найдем координату центра масс.



Путь выберем от середины 5, тогда $m_i = \rho_i S \ell_i$

$$X_C = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$, где N - число.

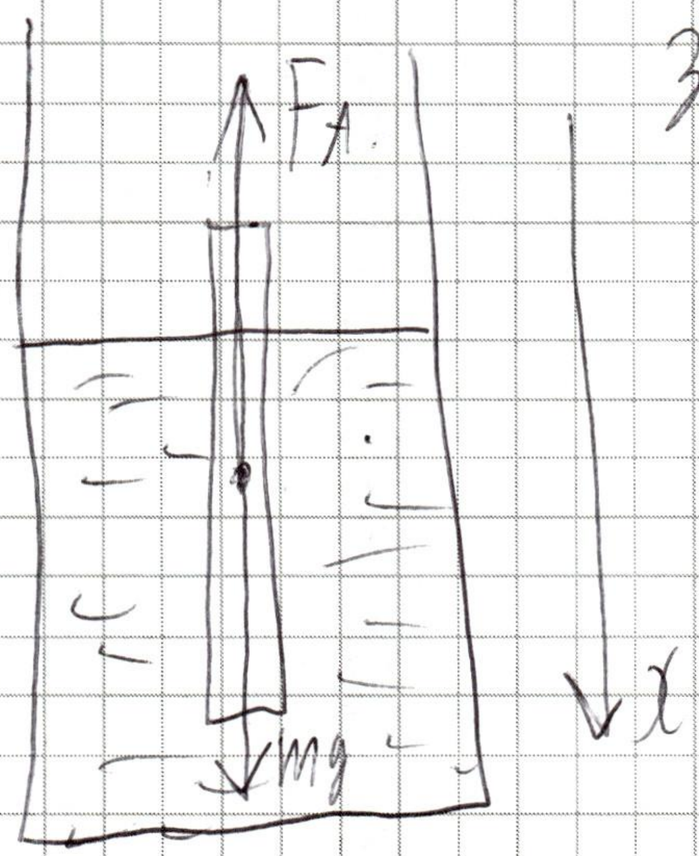
$$Y_C = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

$$X_C = \frac{3\rho \cdot 2\ell \cdot S \cdot \ell + \rho \cdot \ell \cdot S \cdot 2{,}5\ell + \frac{\rho}{4} \cdot 4\ell \cdot S \cdot 5\ell}{3\rho \cdot 2\ell \cdot S + \rho \cdot \ell \cdot S + 4 \cdot \frac{\rho}{4} \cdot 4\ell \cdot S} =$$

$$= \frac{6\rho\ell^2 + 2{,}5\rho\ell^2 + 5\rho\ell^2}{6\rho\ell + \rho\ell + \rho\ell} = \frac{13{,}5\ell}{8} \approx 1{,}6875\ell.$$

Вариант задания 2

$$Y_C = \frac{3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 0 + \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot 5 \cdot 0}{3 \cdot 2 \cdot 5 + 1 \cdot 1 \cdot 5 + \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot 5} = 0.$$



Запишем II З-Н Ньютона для плавающей заготовки:

ОХ: $F_A = mg$

$F_A = \rho V_{погр}$

$F_A = \rho \cdot V_{погр} \cdot g$.

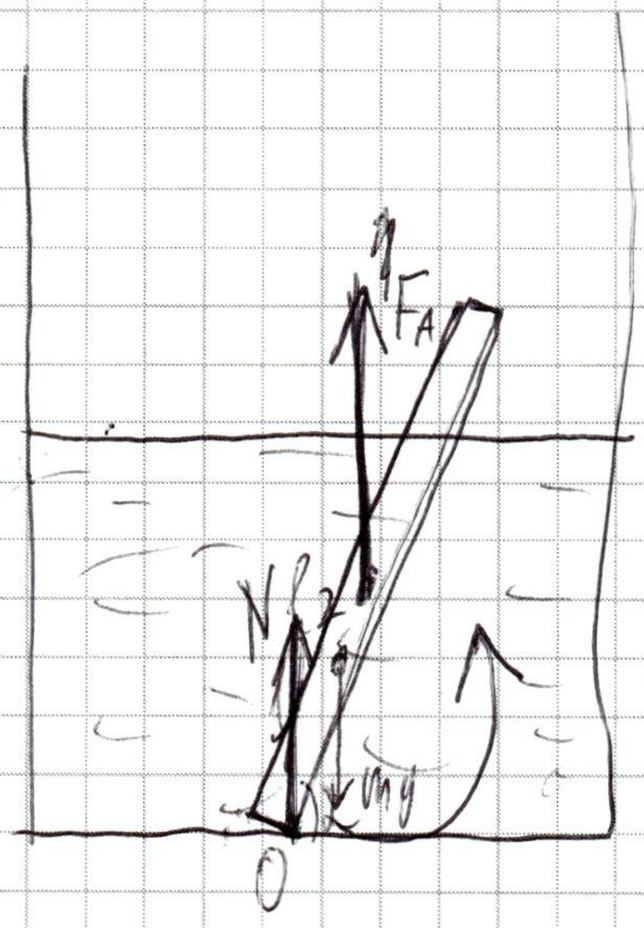
$V_{погр} = l_{пог} \cdot l_{погр} \cdot S$; $m = \rho \cdot l_{общ} \cdot S = \rho \cdot (2l + l + 4l) \cdot S =$

$= 7 \rho l S \Rightarrow$ $\rho \cdot l_{погр} \cdot S \cdot g = \rho (7) l \cdot S \cdot g$

$l_{погр} = 7l \Rightarrow \frac{l_{погр}}{2} = \frac{7l}{2} = 3{,}5l >$

$> 1{,}6875 l \Rightarrow$ при таких заготовках плавать, но они только устойчивы около своих вертикалей.

В виде такого цилиндрического заготовка не может плавать, найдем это объяснение ☺



По II з-му Ньютона:

ОХ: $F_A + N = mg$.

Правило моментов относительно точки О:

$M_{F_A} + M_{mg} + M_N = 0$

$M_{F_A} = F_A l_2 \cos\alpha$

$M_{mg} = -mg l_1 \cos\alpha$

$M_N = 0$

$M_O: F_A l_2 \cos\alpha - mg l_1 \cos\alpha \geq 0$

$F_A l_2 \geq mg l_1 \geq 0$

$F_A l_2 \geq mg l_1$

$l_1 = X_C = 1{,}6875\, l$; $F_A = \rho \cdot l_{погр} \cdot S \cdot g$; $l_2 = \frac{l_{погр}}{2}$

$l_2 = \frac{l_{погр}}{2}$; $m = \rho l S$ $\Rightarrow$

$\rho l_{погр} S g \cdot \frac{l_{погр}}{2} \geq \rho l S g \cdot 1{,}6875\, l$

$l_{погр}^2 \geq 23{,}625\, l^2$

$l_{погр} \geq 4{,}86 l \Rightarrow$

$\Rightarrow l_{min} = l_{погр\,кр} = 4{,}9\, l$

Ответ: $l_{min} = 4{,}9\, l$

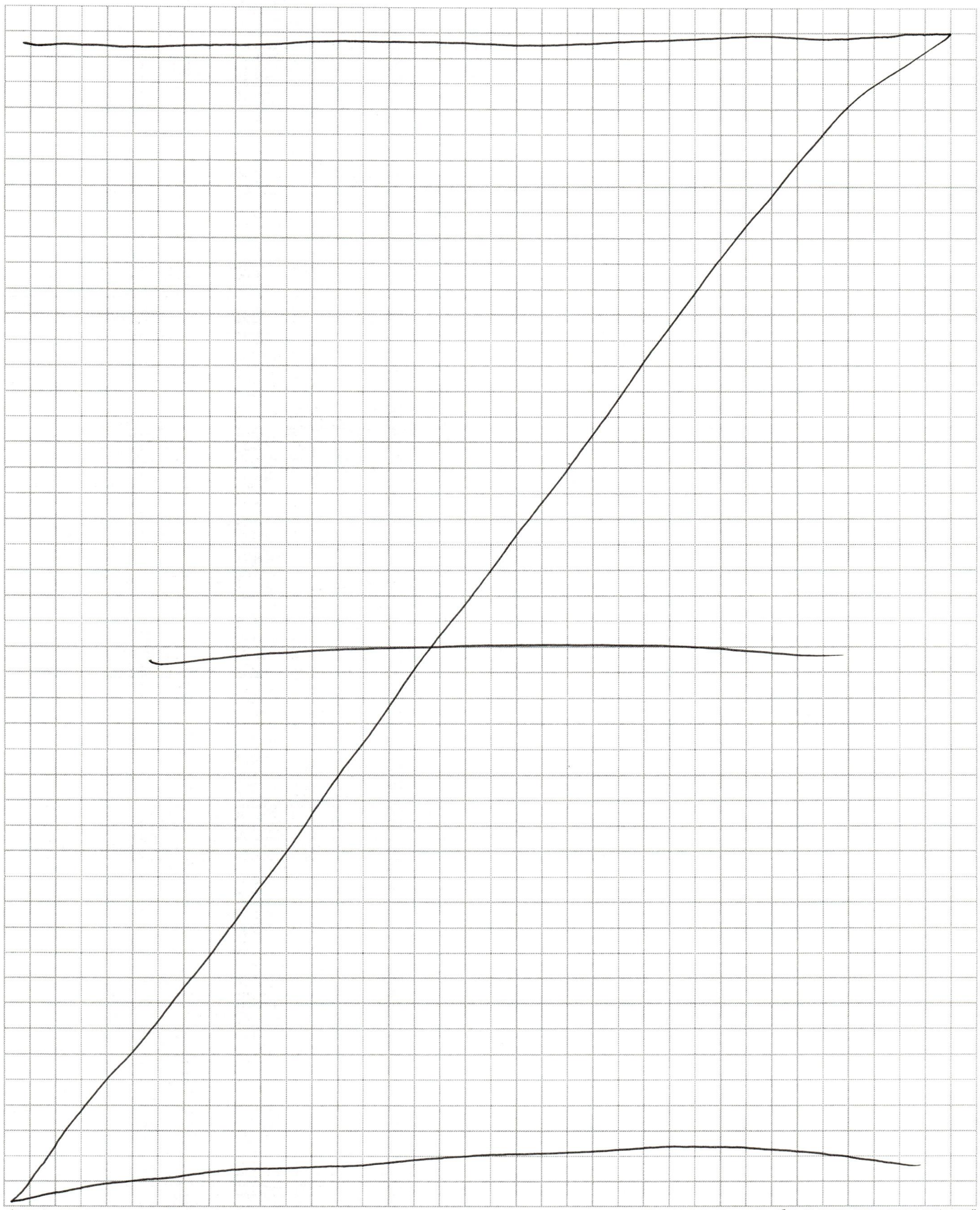
olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

Лист работы ____ из ____



Можно использовать оборот листа для записи решений

